Wiederholen und Vertiefen (1) Lösungen Exponentialfunktionen, Wachstum und Zerfall

1) a)G (t) = 1200 + 30t b) G(t) = 1200 · $1{,}02^t$ c) 22,7 Jahre

2) a) $h(t) = 2t + 14$; c) nach 43 Minuten

3) a) $h = 5{,}2cm$; $l = 0{,}3\ mm$ b) $h(x) = 0{,}3x + 52$ c) $l = 82\ mm$

4) M(t) = 60 – 4· t

5) a) Unter der Halbwertszeit $T_{½}$ versteht man diejenige Zeit, in der die Hälfte der Ausgangsmenge von ^{14}C zerfallen ist.

b) $0{,}5N_0 = N_0 \cdot e^{-ƙ \cdot T_{1/2}}$

6) a) A(t) = 9,3 · $1{,}855^t$
b) Die Anzahl der Nutzer/innen verdoppelt sich gemäß diesem Modell in jeweils rund 1,12 Jahren.
c) A(1) = 17,3 Es hätte gemäß diesem Modell zu Beginn des jahres 2013 rund 17,3 Millionen Nutzer/innen gegegben. Die Abweichung vom tatsächlichen Wert (20 Millionen) ist größer als 1 Million, daher eignet sich das Modell hier nicht gut.

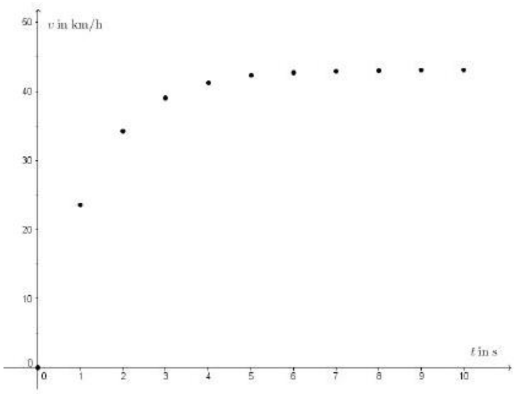
7) a) Es handelt sich um eine exponentielle Abnahme, wie man an der Angabe der Halbwertszeit erkennen kann. Pro Zeiteinheit (alle 6 Stunden) verringert sich die Menge um denselben Proezntsatz (50%).
Die allgemeine Gleichung M(t) = $M_0 \cdot e^{-ƙ \cdot t}$ oder M(t) = $M_0 \cdot a^t$ beschreibt diesen Zusammenhang.
b) 80 mg

8) a) N(t) = 10 000 · (1 – 0,9985 · $0{,}996...^t$) b) N(30) = 1126 c) 7887 Personen d.) nach ca. 762 Tagen

9) a) k = 0,026882529 ; M(t) = 28 · (1 – $e^{-0{,}026882529 \cdot t}$) b) nach ca. 85,7 Sekunden. c) dass nach 2 Sekunden weniger aufgelöst ist, als nach 5 Sekunden. d) Wie viel Substanz innerhalb dieser 3 Sekunden (also im Zeitintervall [2 ; 5]) aufgelöst wurde.

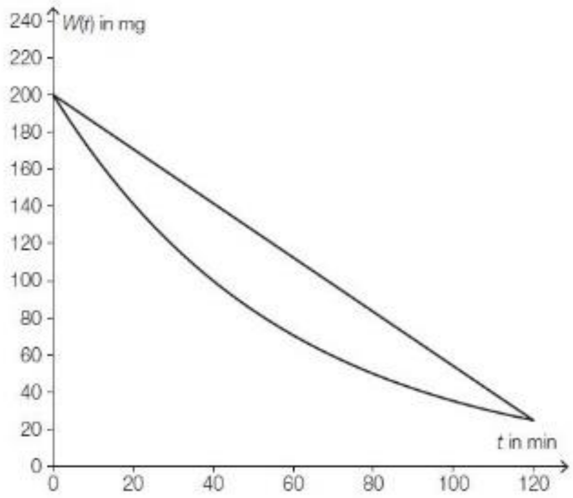
10) k = -0,069315

11) a)



b) z.B. P (1/23,54) einsetzen v(t) = 43,1 · (1 – $e^{-0{,}79 \cdot t}$)

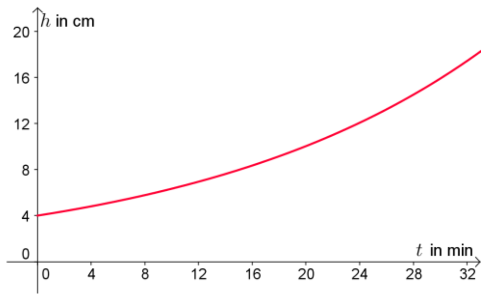
12) a) Nach etwa 160 Minuten ist der Wirkstoff vollständig abgebaut.
b) m(t) = 200 - $\frac{35}{24}\,t$
Halbwertszeit = 40 min



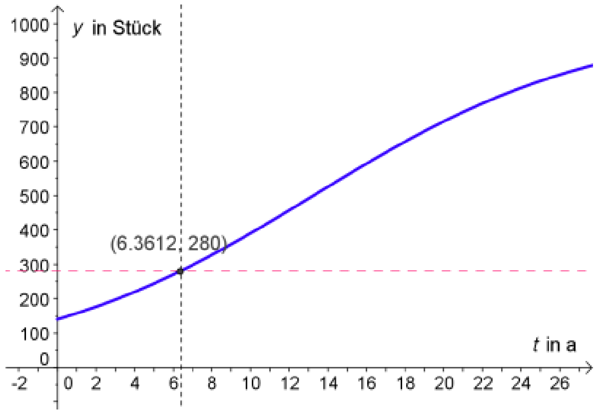
13) a) k=0,183102; b) A(0) = 25 mm², obere Grenze: K = 100 mm² c) vergrößert man k, so bleiben der Anfangswert und der obere Grenzwert gleich, die Fläche wächst schneller d) ca. 12 Stunden

14)a) streng monoton steigend b) logistisches Wachstum c) ca. 99 d) ca. 1845 Stück e) nach 3,77 Jahren
f) Höchstwert K = 10 000

15) a) $\mathrm{h(t)} = 4 \cdot \mathrm{e}^{0{,}051 \cdot \mathrm{t}}$; b)h(t) = $4 \cdot \mathrm{e}^{0{,}0462 \cdot \mathrm{t}}$; vgl. Grafik rechts;
c) h(t) = 0,25t + 4; 32 min.



16) a) Das Wachstum hängt vom Lebensraum und der darin befindlichen Grundbedingungen für Großtrappen ab. Das räumlich begrenzte Schutzgebiet fördert die Vermehrung der Tiere, aber die Zahl der Vögel kann nicht unendlich steigen, wie es bei dem linearen Wachstum und auch beim unbegrenzten exponentiellen Wachstum der Fall ist.
b) $y(t) = 1\,000 - 860 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}0258 \cdot t}$, rund 486 Tiere
c) vgl. Grafik rechts etwas über 6 Jahre



17) a) c = 1; λ = 0,05365; 5.6 t/ha Ertrag bei 50 kg Düngergabe
b) Erhöhung von λ lässt die Funktion stärker ansteigen; Erhöhung von c lässt die Funktion in x-Richtung nach rechts rücken
c) nicht mehr sinnvoll, da kaum mehr Steigerung