Wiederholen und Vertiefen (3) – Kurvendiskussion - LÖSUNGEN

1) Eine Polynomfunktion 4. Grades kann höchstens 3 Extrempunkte haben, da die Extrempunkte mit der 1. Ableitung berechnet werden, die 1. Ableitung vom Grad 3 ist und eine Gleichung 3. Grades höchstens 3 Lösungen hat.

2) Man setzt die 1. Ableitung gleich Null und löst die Gleichung. Die Lösungen der Gleichung sind Extremstellen. Ist in einer dieser Lösungen die Krümmung negativ ($f''(x)<0$), so ist an dieser Stelle ein Hochpunkt.

3)a) Wenn an der Stelle x=2 ein Wendepunkt wäre, müsste sich das Krümmungsverhalten ändern, das ist hier aber nicht der Fall. b) str. m. f. : [1; 5] ; str. m. w. : $[-\infty ; 1] \cup [5; +\infty[$; positiv gekrümmt: $[3; +\infty[$; negativ gekrümmt: $]-\infty; 3]$ c) W (3/4); Steigung der Funktion ist hier am kleinsten.

4b) setzt man f‘ gleich Null sieht man, dass die Gleichung keine Lösung hat, d.h. die Steigung ändert sich nicht und $f'(0)=7>0$ => die Funktion muss überall streng monoton steigend sein c) $f''(3)=3>0$ => positiv oder linksgekrümmt

5a) $x_1 = -1,2$; $x_2 = 3$ [$N_1(-1,2/0)$; $N_2(3/0)$] b) $f'(1) = -4,8 \neq 0$ => keine Extremstelle
c) $f'(3)=0$; $f''(3) = 8,4 > 0$ => TP; d) $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

6) a) y = 3x+1 b) im Wendepunkt c) positiv gekrümmt: [-3; 1]; negativ gekrümmt: [1; 5]

7) a) Eine quadratische Funktion ist vom Typ $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ (mit $a \neq 0$) mit $f'(x) = 2ax + b$ und $f''(x) = 2a$.
Da $a \neq 0$, hat die 2. Ableitung von f keine Nullstelle, daher hat f keine Wendestelle.

b) Eine Polynomfunktion dritten Grades ist vom Typ $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + cx + d$ (mit $a \neq 0$)
mit $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$, $f''(x) = 6ax + 2b$ und $f'''(x) = 6a$. Die 2.Ableitung von f hat die Nullstelle $-\frac{b}{3a}$ (diese Zahl existiert, da $a \neq 0$). Außerdem ist die 3.Ableitung von f wegen $a \neq 0$ sicher ungleich null.
Daher ist $-\frac{b}{3a}$ die Wendestelle von f.

8) $f'(x) = -x^2 + ax$, $\underline{f'(a) = 0}$ $f''(x) = -2x + a$, $\underline{f''(a) = -a \neq 0}$ folglich: a ist Extremstelle

9) Nullstelle $x_0 = 7$; T (3/8), H (5/10); W (4/9); t: y = 1,5x + 3

10) Parabel (quadratische Funktion), die nach oben offen ist; Minimumstelle x = 2 (T (2/y)